MISURA DEL RAGGIO TERRESTRE: IL METODO DI ERATOSTENE

A cura di: Irene Ferranti, Andrea Broglia (ad Erice); Benjamin Moshref, Lorenzo Forlani, Jacopo Uggeri (a Lodi)

Guida misura raggio terrestre - Erice 2017

Stefano Grazzi, Lorenzo Galante, Ivan Gnesi

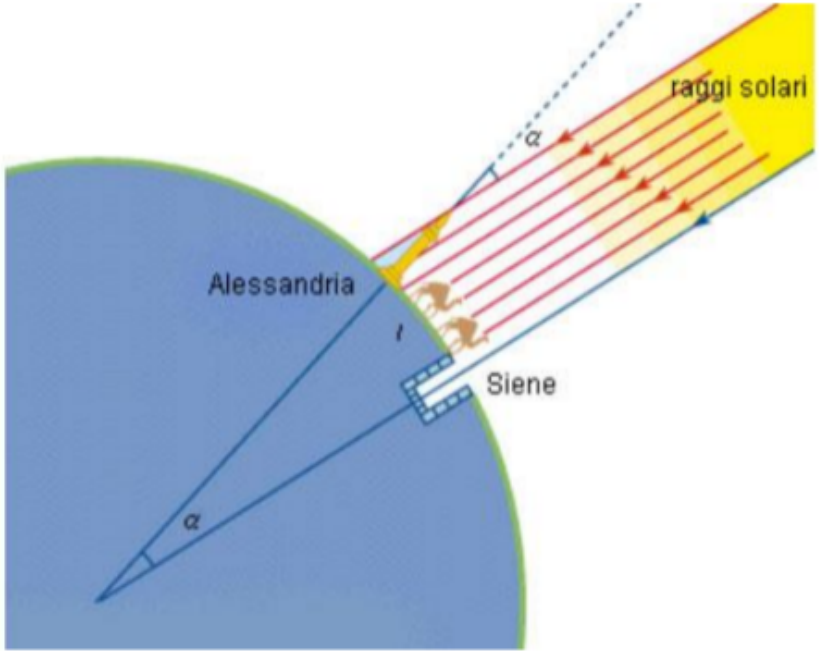
Dimensioni della Terra e misura di Eratostene

Il primo ad aver misurato la circonferenza terrestre fu Eratostene (276 - 194 a.C) ma la sfericità della Terra era già tra le convinzioni dei matematici greci come pure la grande distanza che la separa dagli altri corpi celesti.

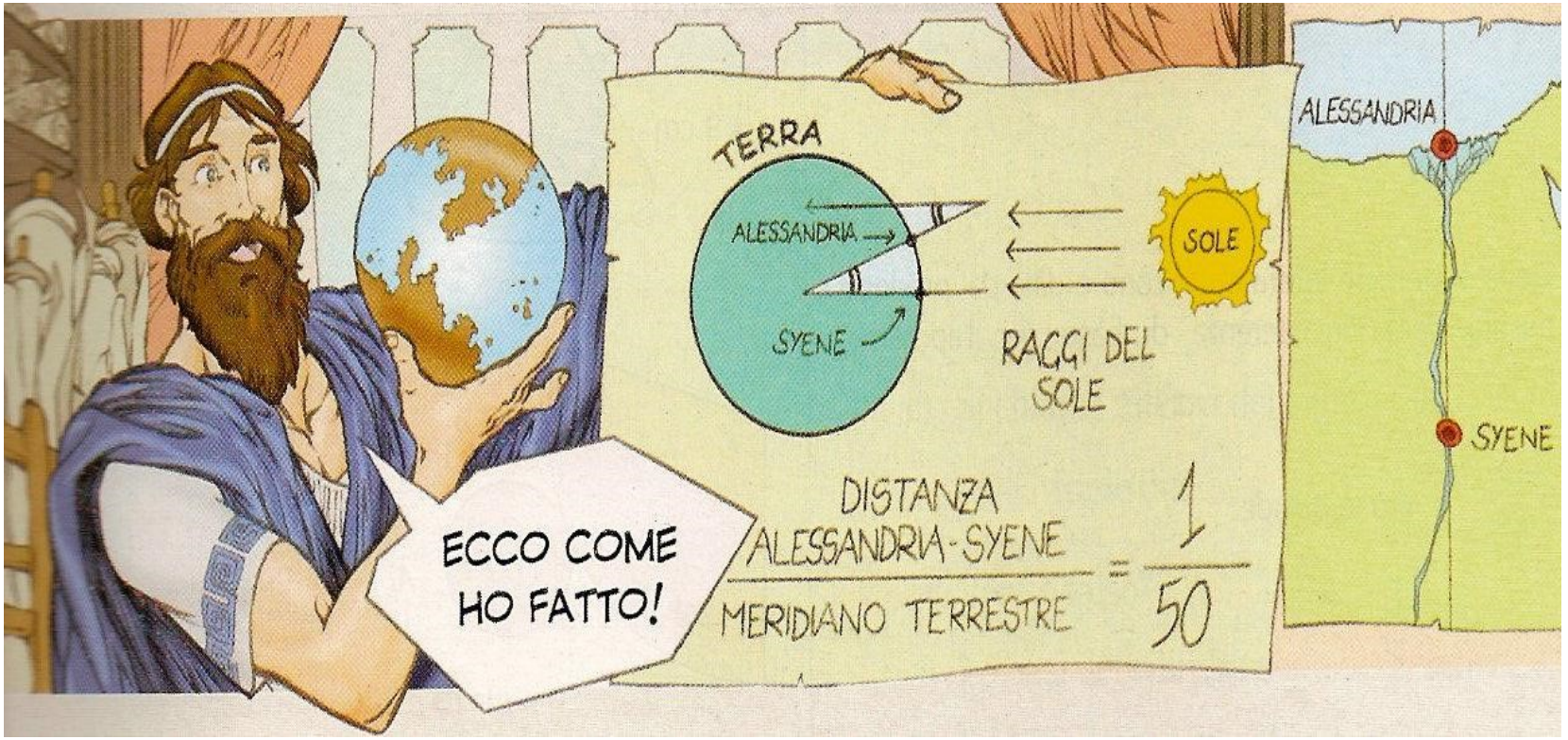
Eratostene basò i suoi calcoli sui seguenti dati:

- la distanza fra Alessandria e Siene (oggi Assuan), due città sullo stesso meridiano;

- la differente altezza raggiunta dal Sole a mezzogiorno del solstizio nelle due città: mentre su Siene, prossima al Tropico, il Sole arriva allo zenit (i raggi sono perpendicolari al suolo, formando un angolo di 90°), su Alessandria esso è più basso di circa 7,2° (altezza di 82,8° sull'orizzonte).



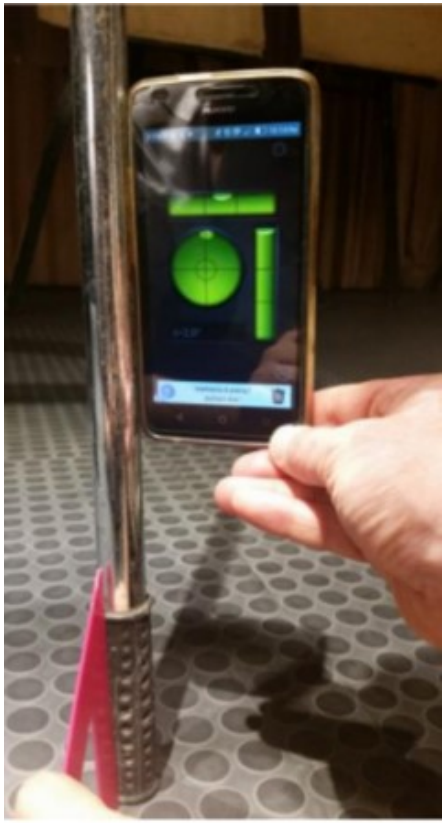
Eratostene assunse, correttamente, che la distanza del Sole dalla Terra fosse molto grande e che quindi i suoi raggi fossero praticamente paralleli quando raggiungono la superficie terrestre. Inoltre considerava che la Terra dovesse avere forma sferica.
La differenza di inclinazione di 7,2° dipende dalla curvatura della superficie terrestre che cambia il punto di vista dal quale gli abitanti delle due città vedono il Sole.


ECCO COME HO FATTO!
TERRA
ALESSANDRIA
SYENE
SOLE
RAGGI DEL SOLE
DISTANZA ALESSANDRIA-SYENE / MERIDIANO TERRESTRE = 1/50
ALESSANDRIA
SYENE

Materiale

Il materiale necessario per fare la misura è:

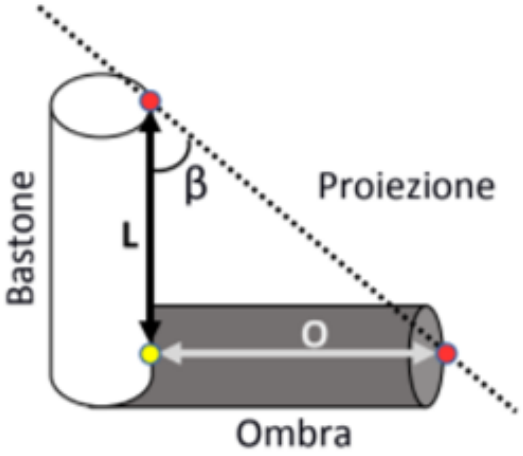
- 1 manico di scopa per generare un'ombra
- 2 squadrette per tenere il manico perpendicolare al suolo
- 1 metro per misurare manico ed ombra
- 1 calcolatrice scientifica
- 1 quaderno con delle tabelle per prendere nota dei valori
- Applicazione smartphone "Livella a bolla – Bubble Level"



Procedimento

- Misurare la lunghezza del manico di scopa (gnomone) con il metro e in seguito posizionarlo perpendicolarmente al terreno

- Con l'aiuto delle livelle sugli smartphone, verificare che il piano non sia inclinato



- Sistemare le squadre con un cateto a contatto con il terreno e l'altro con il manico, per mantenere quest'ultimo in posizione stabile; utilizzare gli smartphone per un'ulteriore conferma

Misurazione

- procedere allo svolgimento di alcune prove preliminari: misurare la lunghezza dell'ombra proiettata sul terreno dal manico con l'aiuto del metro

- effettuare la raccolta dati: ripetere la misurazione dell'ombra per sei volte in un arco di tempo di 2 minuti e trascrivere i dati nella tabella

- successivamente, con l'aiuto della calcolatrice scientifica, calcolare l'angolo β mediante l'arcotangente del rapporto tra la lunghezza dell'ombra (O) e quella del manico (L):

$$\beta = \tan^{-1}\frac{O}{L}$$

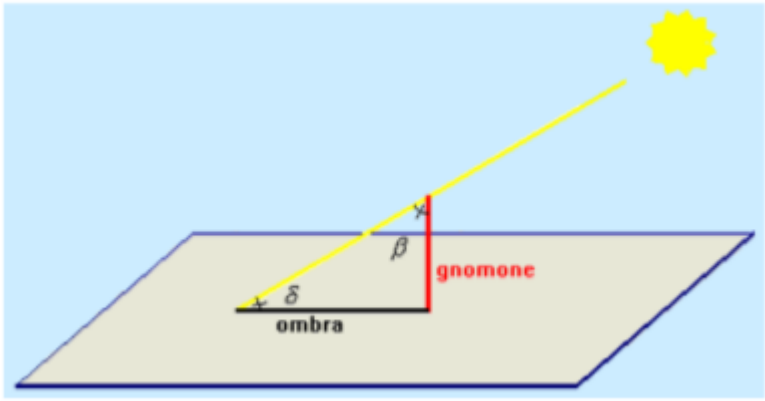


Tabella dati:

Scuole: Liceo Scientifico G. Gandini

Luogo (latitudine, longitudine): (45.304079, 9.499971)

Lunghezza del bastone L (in cm): 78 cm

Inclinazione Suolo (°):	0.3	0.1	0.2	0.1	0.1	0.2

----------MISURA 1----------

Ora inizio misura (HH:mm): 13:24

Lunghezza ombra O (in cm):	33.0	32.9	32.5	32.3	32.4	32.3

Ora fine misura (HH:mm): 13:26

Angolo del Sole in radianti (β^r):	0.413	0.412	0.407	0.405	0.406	0.405

Valor medio angolo in radianti ($\bar{\beta}^r$): 0.408

Errore su $\bar{\beta}^r$ (ε_β): ±0.004

Angolo del Sole in gradi ($\beta°$): 23.39

L’ angolo

L’angolo si può calcolare sia in gradi che in radianti
La circonferenza terrestre si ottiene dalla proporzione :

$(\beta 2° - \beta 1°) : 360° = d_{12} : 2\pi r$

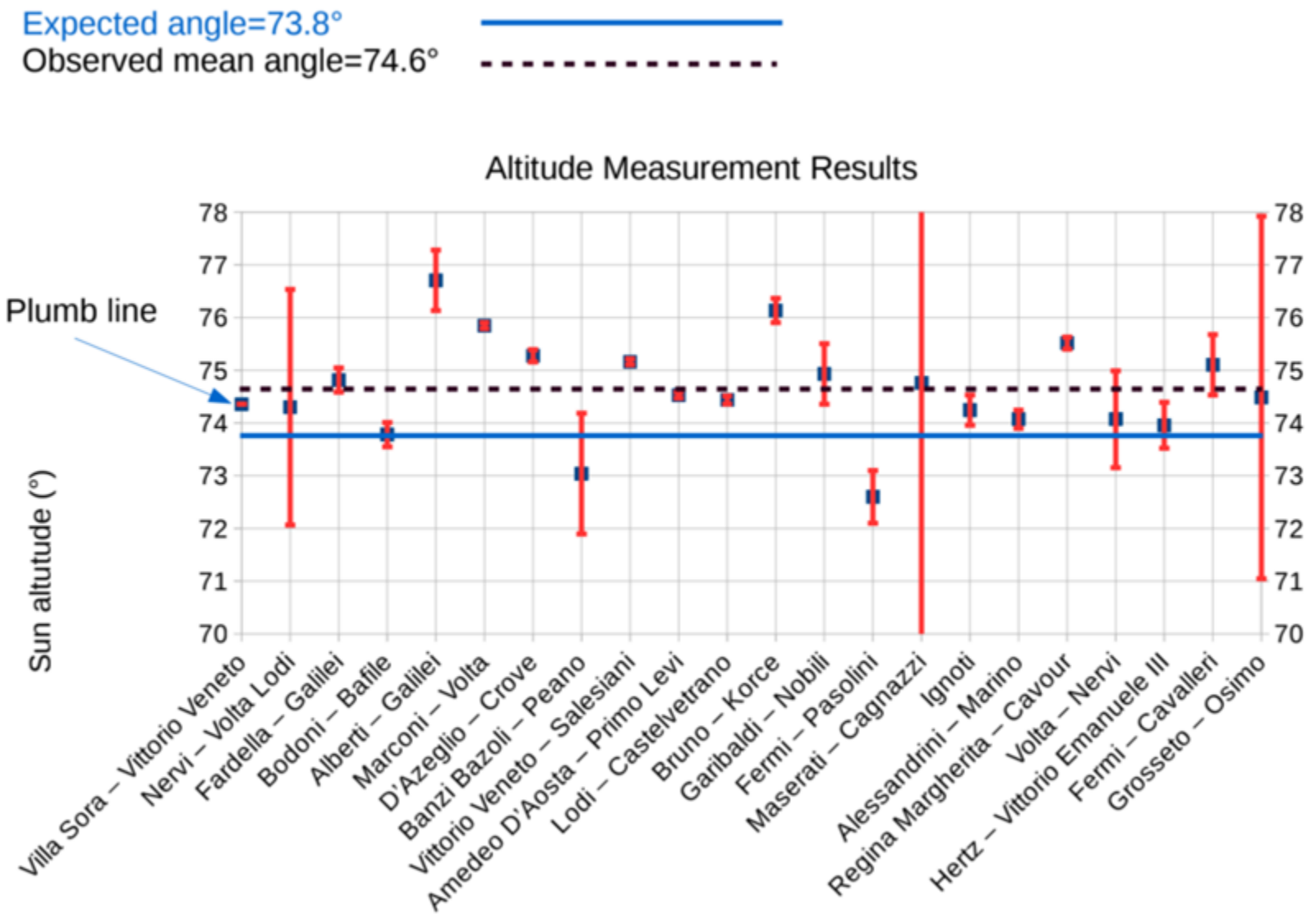
dove β2 e β1 sono gli angoli tra Erice e Lodi e d_{12} la distanza tra di esse

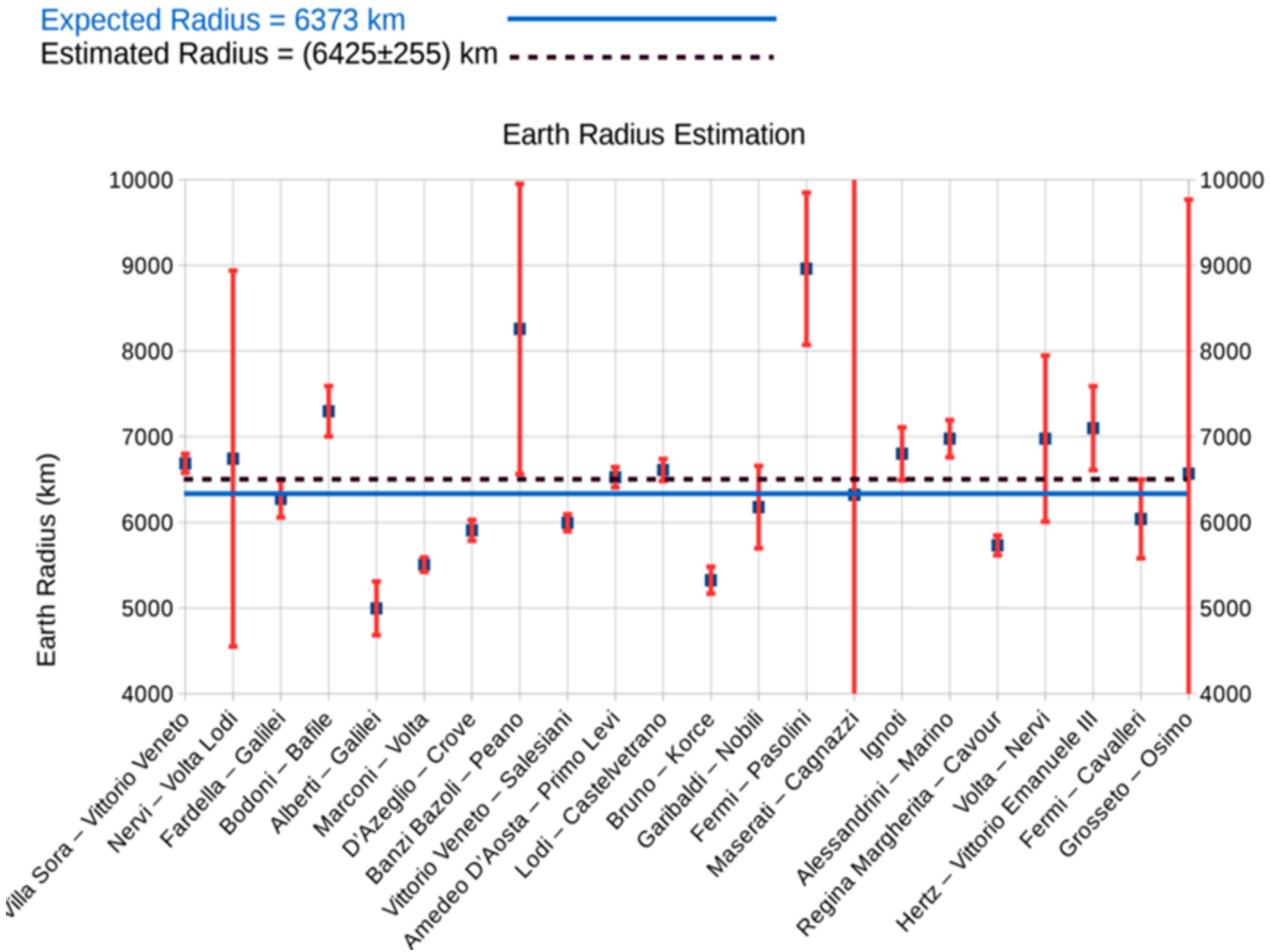
se β_2 e β_1 in radianti:

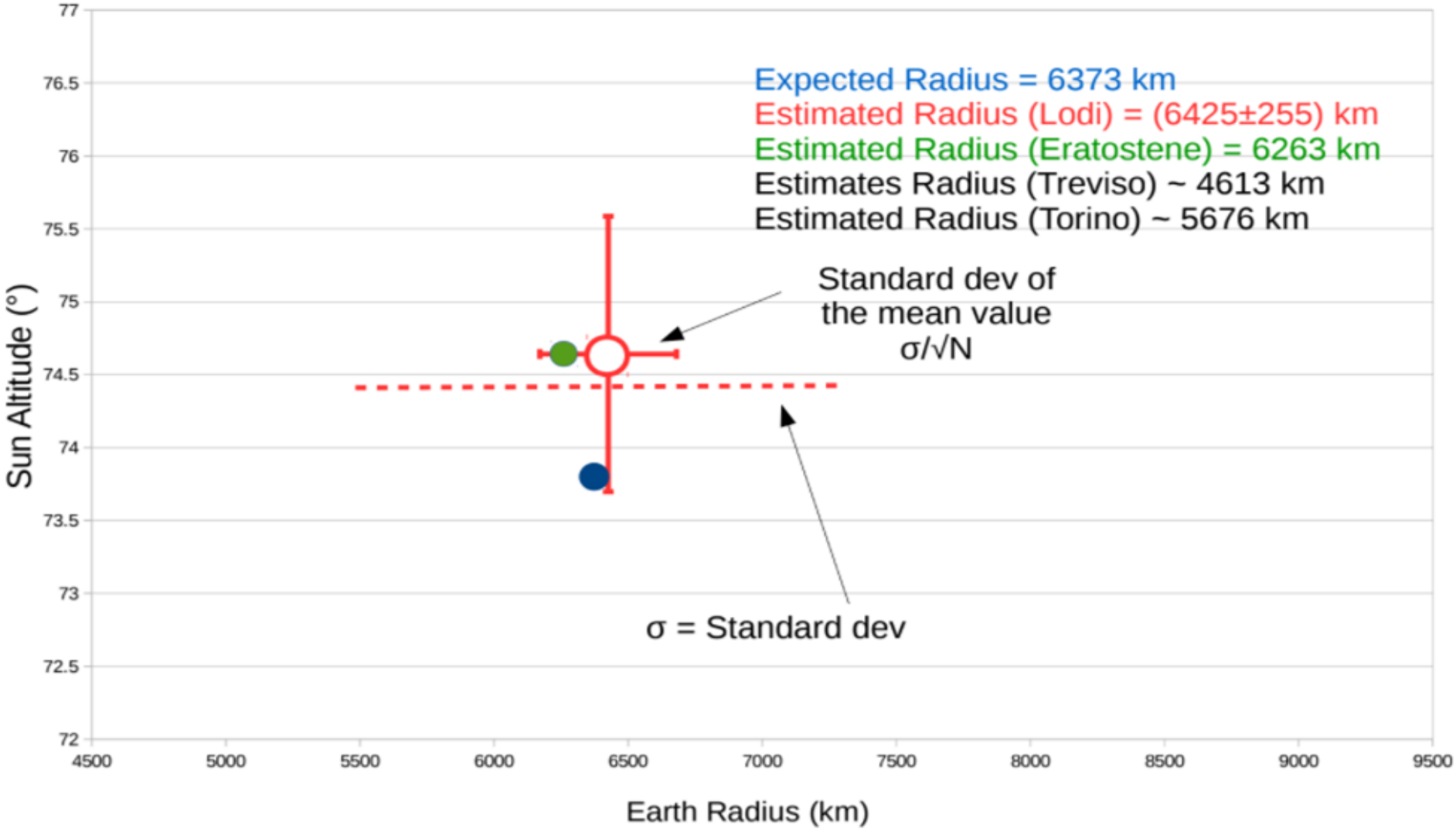
$$(\beta_2^r - \beta_1^r) : 1 = d_{12} : r$$

da cui il raggio R:

$$R = \frac{d_{12}}{\beta_2^r - \beta_1^r}$$


Expected angle=73.8°
Observed mean angle=74.6°
Altitude Measurement Results
Plumb line
Sun altutude (°)
78
77
76
75
74
73
72
71
70
Villa Sora – Vittorio Veneto
Nervi – Volta Lodi
Fardella – Galilei
Bodoni – Bafile
Alberti – Galilei
Marconi – Volta
D'Azeglio – Crove
Banzi Bazoli – Peano
Vittorio Veneto – Salesiani
Amedeo D'Aosta – Primo Levi
Lodi – Castelvetrano
Bruno – Korce
Garibaldi – Nobili
Fermi – Pasolini
Maserati – Cagnazzi
Ignoti
Alessandrini – Marino
Regina Margherita – Cavour
Volta – Nervi
Hertz – Vittorio Emanuele III
Fermi – Cavalleri
Grosseto – Osimo


Expected Radius = 6373 km
Estimated Radius = (6425±255) km
Earth Radius Estimation
Earth Radius (km)
10000
9000
8000
7000
6000
5000
4000
Villa Sora – Vittorio Veneto
Nervi – Volta Lodi
Fardella – Galilei
Bodoni – Bafile
Alberti – Galilei
Marconi – Volta
D'Azeglio – Crove
Banzi Bazoli – Peano
Vittorio Veneto – Salesiani
Amedeo D'Aosta – Primo Levi
Lodi – Castelvetrano
Bruno – Korce
Garibaldi – Nobili
Fermi – Pasolini
Maserati – Cagnazzi
Ignoti
Alessandrini – Marino
Regina Margherita – Cavour
Volta – Nervi
Hertz – Vittorio Emanuele III
Fermi – Cavalleri
Grosseto – Osimo


Expected Radius = 6373 km
Estimated Radius (Lodi) = (6425±255) km
Estimated Radius (Eratostene) = 6263 km
Estimates Radius (Treviso) ~ 4613 km
Estimated Radius (Torino) ~ 5676 km
Standard dev of the mean value σ/√N
σ = Standard dev
Sun Altitude (°)
Earth Radius (km)
77
76.5
76
75.5
75
74.5
74
73.5
73
72.5
72
4500
5000
5500
6000
6500
7000
7500
8000
8500
9000
9500