

Misura di raggi cosmici mediante Cosmic Box e statistica dei conteggi

Sommario:

1. Le Cosmic Box come rivelatori della radiazione cosmica
 - 1.1 Principio di funzionamento
 - 1.2 Radiazione cosmica secondaria e rivelazione mediante scintillatori
 - 1.3 Modalità di utilizzo delle Cosmic Box
2. Statistica dei conteggi e distribuzioni di probabilità attese
 - 2.1 Conteggi di particelle e fluttuazioni statistiche
 - 2.2 La distribuzione di probabilità di Poisson per gli eventi rari
3. Esercitazione di gruppo: misura dei conteggi, analisi dei dati e confronto con la distribuzione attesa
 - 3.1 Conteggi ed errori statistici: valutazioni preliminari
 - 3.2 Esecuzione delle misure
 - 3.3 Istogrammi di frequenza delle misure effettuate
 - 3.4 Confronto con la distribuzione di Poisson

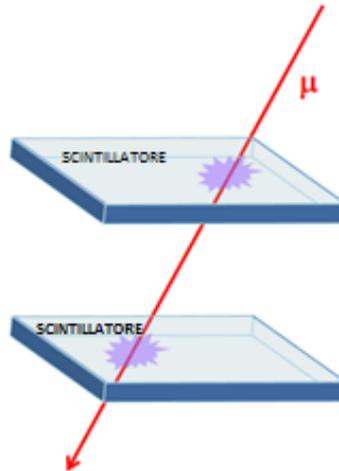
Introduzione

In questa sessione di lavoro cercheremo di capire attraverso delle misure sperimentali e la loro analisi alcune proprietà della radiazione cosmica, in particolare la statistica dei conteggi e la distribuzione di probabilità che li descrive. Utilizzeremo alcune Cosmic Box, capaci di segnalare il passaggio dei cosmici secondari, e analizzeremo i dati per confrontarli con le previsioni relative alla distribuzione dei conteggi osservati. Questa guida all'attività presenta brevemente il funzionamento delle Cosmic Box che saranno utilizzate durante la sessione di lavoro e le modalità di utilizzo. Descrive poi alcune proprietà di base della statistica dei conteggi, per comprendere la trattazione dei dati ottenibili da un rivelatore di raggi cosmici e l'utilizzo pratico della distribuzione degli eventi attesi. Nella guida sono comprese anche delle tabelle di lavoro e dei grafici da costruire in base ai dati ottenuti, nonché delle domande e questioni di comprensione e approfondimento degli argomenti affrontati.

1. Le Cosmic Box come rivelatori della radiazione cosmica

1.1 Principio di funzionamento

Le Cosmic Box sono rivelatori di radiazioni costituiti da due mattonelle (di dimensioni 15 cm x 15 cm x 1 cm) di materiale scintillatore poste parallelamente a una distanza di circa 30 cm, come mostrato in figura.

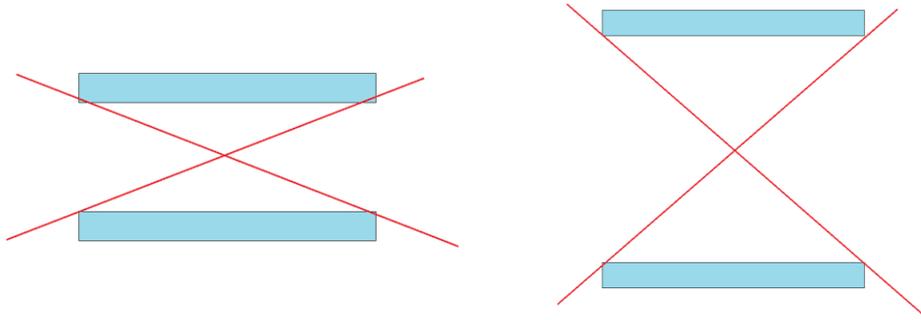


Una particella carica, nell'attraversare gli scintillatori, rilascia parte della sua energia che viene convertita in luce di scintillazione. Per poter utilizzare la luce prodotta come segnale del passaggio di una particella attraverso lo scintillatore, è necessario convertire i fotoni in segnale elettrico attraverso l'uso di un fotosensore. Tuttavia, poiché i fotoni di scintillazione vengono emessi con la stessa probabilità in tutte le direzioni dello spazio, è necessario per prima cosa convogliarli verso la piccola porzione di superficie dello scintillatore accoppiata con il fotosensore. Per far ciò le mattonelle di scintillatore sono interamente rivestite di un materiale riflettente e infine completamente oscurate con del nastro adesivo nero, per evitare contaminazione da parte della luce ambientale. Solo una piccola porzione di superficie non viene rivestita per permettere l'accoppiamento dello scintillatore con il fotosensore.

Ciascuna Cosmic Box è costituita da una coppia di scintillatori che vengono adoperati in coincidenza in quanto ciascun rivelatore presenta un rumore eccessivamente elevato, cioè il fotosensore produce a volte segnali elettrici spuri non prodotti dal reale passaggio di una particella attraverso lo scintillatore a cui esso è accoppiato. Per ridurre drasticamente questi eventi spuri, i due scintillatori vengono utilizzati in coincidenza e un evento viene quindi acquisito solo se si verifica la presenza simultanea del segnale in entrambi gli scintillatori. La Cosmic Box è quindi dotata di un'opportuna elettronica in grado di alimentare i fotosensori e realizzare la coincidenza tra i due scintillatori.; il numero di coincidenze viene mostrato in tempo reale sul display a bordo delle Cosmic Box.

Poiché l'acquisizione degli eventi avviene solo in presenza della coincidenza tra i due scintillatori, verranno automaticamente scartati tutti quegli eventi in cui una particella cosmica attraversa unicamente uno dei due scintillatori. Ciò equivale a dire che la Cosmic Box rappresenta una sorta di telescopio, in quanto seleziona solo quelle particelle che giungono entro l'angolo solido stabilito dalle sue caratteristiche geometriche; in generale

più è grande la distanza tra i due scintillatori, più sarà definita la direzione delle particelle rivelate dalle Cosmic Box (in quanto l'angolo solido sotteso sarà più piccolo).



1.2 Radiazione cosmica secondaria e rivelazione mediante scintillatori

Gli scintillatori che costituiscono le Cosmic Box sono sensibili sia alle particelle cariche che ai raggi gamma. La loro efficienza intrinseca (cioè la probabilità di rivelare una particella) è praticamente del 100% nel caso di particelle cariche. Tuttavia una piccola frazione delle particelle cariche che arrivano sugli scintillatori possono produrre a volte una quantità di luce troppo esigua per poter essere rivelata. Nel caso della radiazione cosmica secondaria, costituita prevalentemente a livello del mare da mesoni μ (muoni) o da elettroni, essa penetra depositando una quantità di energia proporzionale al percorso effettuato all'interno dello scintillatore, e nel caso di rivelatori spessi 1 cm sono normalmente rivelate con un'efficienza prossima al 100%.

Gli scintillatori rappresentano tutt'oggi uno degli strumenti più utili per rivelare il passaggio di tali radiazioni. Per il loro modo tipico di funzionare occorre dire che questi rivelatori, oltre a fornire il numero di particelle cosmiche che hanno attraversato il rivelatore, possono fornire informazioni circa l'energia incidente della particella. Sono inoltre dei rivelatori piuttosto "veloci", producendo segnali tipici della durata dei nanosecondi ($1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$).

1.3 Contatori utilizzati e modalità di utilizzo

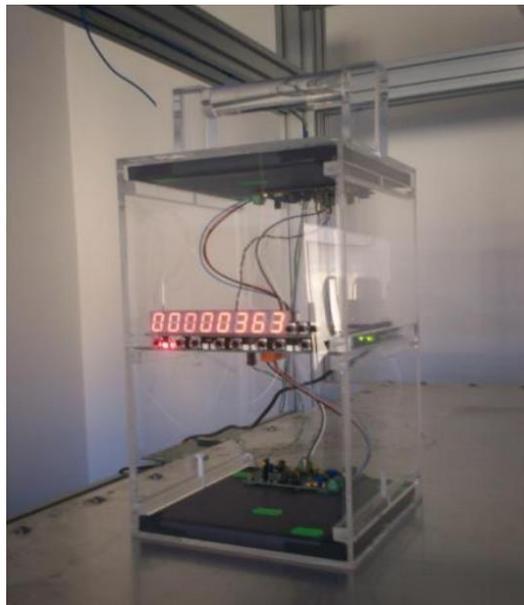
Per questa sessione di lavoro saranno adoperate le Cosmic Box realizzate appositamente dai ricercatori del Progetto EEE. Questi rivelatori possono essere usati semplicemente alimentando l'elettronica a bordo, sia attraverso alimentatori standard per dispositivi mobili (5 V) sia attraverso l'uso di power bank per permettere l'utilizzo dei rivelatori all'aperto, in assenza cioè di prese di corrente. Il passaggio simultaneo di una particella attraverso i due rivelatori viene notificato nel display LED montato sulla Cosmic Box. Il rate medio di conteggi che si osservano con una CB dipendono dall'accettanza del rivelatore stesso. La posizione dei due scintillatori è variabile da circa 10 cm ad un massimo di 30 cm. Se idealmente potessimo avvicinare i due scintillatori fino a portarli a contatto dovremmo

misurare una frequenza di conteggi di poco superiore ai 2 Hz, se la misura avviene al livello del mare. Nella configurazione a 30 cm di distanza la frequenza attesa è di circa 0.5 Hz.

La CB presenta un pannello per le operazioni di misura tramite il quale è possibile selezionare la configurazione logica di misura (conteggi in singola usando solo lo scintillatore superiore o solo quello inferiore, oppure in coincidenza tra i due). E' possibile anche selezionare una configurazione in cui il rivelatore conterà solo nel caso in cui vi sia una coincidenza tra i due scintillatori ed un segnale esterno. In questa modalità è possibile costruire un array di CB per studiare eventi in cui particelle di uno sciame attraversino due o più CB entro un intervallo di tempo modificabile da 100 ns fino a 1 microsecondo. Il segnale esterno si può portare in ingresso alla CB usando l'ingresso posteriore denominato EXT-IN, mentre l'eventuale segnale di coincidenza in uscita da una CB si può prelevare sempre dallo stesso connettore posteriore dalla coppia di PIN denominata EXT-OUT. La finestra di coincidenza si modifica attraverso il trimmer posto sul retro della CB.

Infine il pannello frontale presenta i tasti per far partire, fermare e azzerare i conteggi sul display (START, STOP e RESET).

La figura mostra una delle Cosmic Box costruite per il progetto EEE:



Nella figura sottostante sono indicati i selettori per la configurazione della coincidenza.



Nella figura sottostante viene mostrato il connettore posteriore con l'identificazione della funzione di tutte le coppie di pin.



2. Statistica dei conteggi e distribuzioni di probabilità attese

2.1 Conteggi di particelle e fluttuazioni statistiche

In molti fenomeni si è interessati al numero di eventi che si verificano in un determinato intervallo di tempo. Possiamo considerare ad esempio il numero di telefonate che riceviamo in un giorno, o il numero di nascite giornaliere nel reparto maternità di un ospedale, o il numero di globuli rossi osservati in un campo al microscopio,... In tutti questi fenomeni, anche se ripetiamo la misura nelle stesse condizioni, ad esempio se consideriamo più giorni successivi e contiamo il numero di telefonate, oppure il numero di nascite che si verificano, o spostiamo il vetrino del microscopio per contare il numero di globuli rossi in un'altra zona, osserviamo delle variazioni nel numero di eventi. Siamo allora in presenza di fenomeni in cui avvengono delle fluttuazioni statistiche intorno ad un valore medio determinato dal tipo di fenomeno in questione. Le fluttuazioni derivano dal fatto che molteplici fattori influenzano il risultato, cosicché non è prevedibile il valore esatto che quella variabile assumerà in ciascuna misura.

Anche il numero di nuclei radioattivi che decadono in un certo intervallo di tempo o l'arrivo di raggi cosmici su un rivelatore presentano delle fluttuazioni statistiche. Se misuriamo dunque con un rivelatore opportuno il numero di particelle che provengono da una sorgente radioattiva o dallo spazio in intervalli di tempo eguali, non otterremo sempre lo stesso risultato, ma potremo fare delle considerazioni di carattere statistico. Potremo dire ad esempio che in media arrivano 20 particelle al minuto su un rivelatore, anche se in certi intervalli potremo misurare 18 particelle o 21 particelle,... E' chiaro che se in una misura ripetuta nelle stesse condizioni si ottenesse un valore enormemente più elevato o più basso del valore medio, questo potrebbe indicare che qualcosa di diverso è accaduto, cioè che si è verificata una causa non riconducibile a variazioni casuali. L'analisi delle proprietà medie di una serie di valori e delle relative fluttuazioni statistiche costituisce una parte importante dell'analisi delle misure in fisica ed è oggetto della statistica elementare. E' di interesse in particolare cercare di comprendere quali valori possono verificarsi in una serie di misure e con quale probabilità. L'insieme dei valori di probabilità per ciascun risultato ottenibile costituisce una distribuzione di probabilità. Nel caso degli eventi dovuti a fenomeni radioattivi, di conteggio di raggi cosmici,... ma anche in tanti fenomeni della vita

quotidiana, la distribuzione di probabilità che descrive con buona approssimazione come sono distribuite le varie misure prende il nome di distribuzione di Poisson o degli eventi rari.

In questa sessione di lavoro potremo effettuare delle misure ripetute di conteggi di raggi cosmici con le Cosmic Box e confrontare i risultati ottenuti con la distribuzione di Poisson prevista.

2.2 La distribuzione di probabilità di Poisson per gli eventi rari

Senza entrare nel dettaglio delle nozioni relative alle distribuzioni di probabilità, possiamo semplicemente dire che la distribuzione di Poisson descrive la probabilità di ottenere un certo numero di conteggi v in un fenomeno in cui il valore medio dei conteggi stessi sia conosciuto e pari a μ , ad esempio la probabilità che avvengano 5 nascite in un giorno in quell'ospedale dove il valore medio delle nascite giornaliere è ad esempio 3. Naturalmente occorre che il fenomeno possa essere ben descritto da questo tipo di distribuzione di probabilità. Questo avviene se siamo in presenza di queste ipotesi:

- a) Il numero di possibili eventi è molto grande
- b) La probabilità del verificarsi del singolo evento è molto piccola
- c) Il valore medio del numero di eventi di interesse è dell'ordine di qualche unità

Ad esempio, nel caso dei fenomeni di decadimento radioattivo il numero di nuclei N che in linea di principio può decadere è enormemente elevato (dell'ordine del numero di Avogadro, 10^{23}), ma la probabilità p che un particolare nucleo tra questi decada in un piccolo intervallo di tempo è enormemente piccola, cosicché il numero medio di nuclei che decade in quell'intervallo di tempo ($N \times p$) può anche assumere valori né troppo piccoli né troppo grandi. In altri fenomeni della vita quotidiana queste ipotesi non sono del tutto rispettate dati i numeri in gioco, ma la distribuzione di Poisson è comunque una buona approssimazione per descrivere tanti fenomeni, come quelli accennati in precedenza.

Come è fatta questa distribuzione?

Dato il valore medio μ , la probabilità di avere v eventi di interesse è data dalla relazione:

$$P(v) = \frac{\mu^v e^{-\mu}}{v!} \quad (1)$$

In questa relazione e rappresenta la base dei logaritmi naturali (numero di Nepero o di Eulero, 2.71828...), e il simbolo $v!$ (detto fattoriale di v) rappresenta il prodotto dei primi v numeri interi. Ad esempio, $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$. Per definizione si assume $0! = 1$.

3. Esercitazione di gruppo: misura dei conteggi, analisi dei dati e confronto con la distribuzione attesa

3.1 Conteggi ed errori statistici: valutazioni preliminari

ATTIVITA'

Effettuare alcune misure di conteggi di breve durata (10 secondi) con la propria Comic Box, riportandole nella tabella seguente. Stimare l'incertezza assoluta e relativa sul numero n di conteggi ottenuti, assumendo valida la distribuzione di Poisson (incertezza assoluta: $\sigma = \sqrt{n}$, Incertezza relativa percentuale: $100 \times \sigma/n = 100 \times \sqrt{n}/n$).

N.ordine misura	Conteggi	Incetenza assoluta	Incetenza relativa (%)
1			
2			
3			
4			
5			
6			

ATTIVITA'

Effettuare adesso la somma dei conteggi delle 6 misure effettuate e riportare il risultato nella tabella successiva. Ciò equivale ad aver realizzato un'unica misura della durata di 1 minuto. Stimare anche per questa misura l'incertezza assoluta e relativa sul numero di conteggi ottenuti, riportandole nella tabella seguente:

N.ordine misura	Conteggi ottenuti	Incetenza assoluta	Incetenza relativa (%)
Misura da 1 min			

Confrontare i risultati e fare delle considerazioni sui risultati.

3.2 Esecuzione delle misure

ATTIVITA'

Nelle stesse condizioni del punto precedente, ripetere con la propria Cosmic Box un certo numero di misure di breve durata (10 secondi) e annotare i risultati nella seguente tabella. E' possibile riportare le misure effettuate durante l'attività descritta nella Sezione 3.1 nelle prime 6 righe.

N.ordine misura	Conteggi
1	*
2	*
3	*
4	*
5	*
6	*
7	
8	
9	
10	
11	

12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
Somma dei valori e incertezza relativa	
Media aritmetica	

* Misure effettuate nella sezione 3.1

Valutare la somma dei valori e la corrispondente incertezza relativa - come nel punto precedente – sul numero totale di conteggi. Confrontare questa incertezza con quella tipica delle singole misure. Valutare poi la media aritmetica, data da:

$$\text{Media aritmetica} = (\text{Somma dei valori ottenuti}) / \text{numero delle misure}$$

3.3 Istogrammi di frequenza delle misure effettuate

ATTIVITA'

Per la serie di misure ottenuta nel punto precedente, valutare quante volte è stato ottenuto il valore 0 conteggi, quante volte il valore di 1 conteggio, quante volte il valore di 2 conteggi,..., riportando i risultati nella seguente tabella.

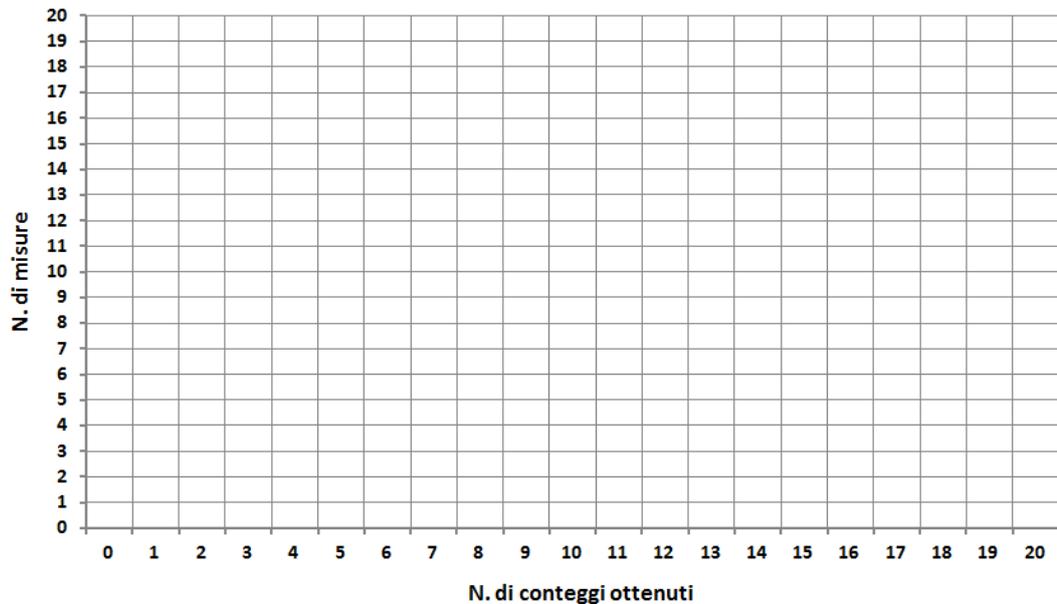
Suggerimento: per essere sicuri di aver operato correttamente, la somma dei valori riportati nella colonna di destra dovrebbe corrispondere al numero totale di misure effettuate, cioè 30.

Numero conteggi	Numero di misure
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	

7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	

ATTIVITA'

Costruire con queste serie di dati un grafico (sotto forma di istogramma), riportando in ascisse il numero di conteggi e in ordinate il numero di misure che hanno dato quel valore.



Riportare i dati ottenuti nel foglio denominato “Numero misure” del foglio Google disponibile al seguente link:

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1unvEe7RTVrFYu_qa3Q64p4J6fynalUaJg0UPpiC6cRY/edit?usp=sharing

I dati vanno inseriti nella colonna riportante il numero assegnato al vostro gruppo.

Riportare nella stessa colonna, in corrispondenza della riga 35 (“Media”), il valore della media aritmetica calcolata precedentemente nel punto 3.2.

ATTIVITA'

Fare delle considerazioni circa i risultati ottenuti da queste distribuzioni sperimentali. In particolare:

- a) La distribuzione ha una forma ben definita?
- b) Confrontando la propria distribuzione con quella dei gruppi vicino a voi, le tre distribuzioni sono esattamente eguali? Sono simili? Sono molto diverse?

- c) Il valore più probabile (corrispondente al massimo della distribuzione, che comunque è un numero intero) coincide con il valore medio calcolato nella tabella?
- d) La distribuzione ha una forma simmetrica rispetto al valore più probabile?
- e) E' stato ottenuto in qualche caso un numero di conteggi molto più elevato del valore più probabile?

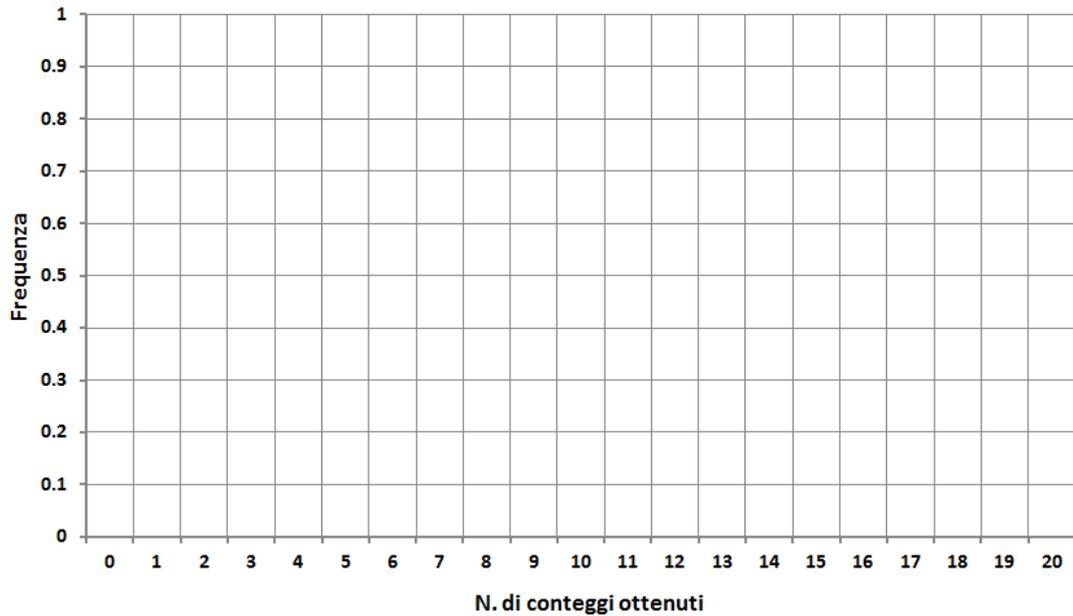
ATTIVITA'

Nell'ipotesi che le misure siano state fatte nelle stesse condizioni, possiamo sommare i risultati ottenuti con i vari contatori, riportando i valori nella seguente tabella (seconda colonna). Per velocizzare l'operazione, è possibile copiare i dati calcolati automaticamente nel foglio Google, presenti nella colonna R. Dividere i valori riportati nella seconda colonna per il numero complessivo di misure (cioè 30 misure x 15 Cosmic Box = 450), ottenendo la frequenza, da riportare nella terza colonna. Verificare che la somma di tutte le frequenze dia un valore pari a 1 entro gli arrotondamenti numerici del calcolo. Tale proprietà (di normalizzazione) consentirà di confrontare l'istogramma di queste frequenze con il valore fornito dalla distribuzione di probabilità attesa.

Numero di conteggi	Numero di misure	Frequenza = Numero di misure / Numero totale di misure
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
		Somma frequenze =

ATTIVITA'

Riportare in un grafico i valori di frequenza, utilizzando il grafico seguente:



3.4 Confronto con la distribuzione di Poisson

ATTIVITA'

Per confrontare l'istogramma ottenuto dai dati sperimentali con quello previsto dalla distribuzione di Poisson, occorre calcolare la media aritmetica μ di tutte le misure, che può essere semplicemente ottenuta dalle 15 medie aritmetiche calcolate da ciascun gruppo, facendo ulteriormente la media delle 15 medie.

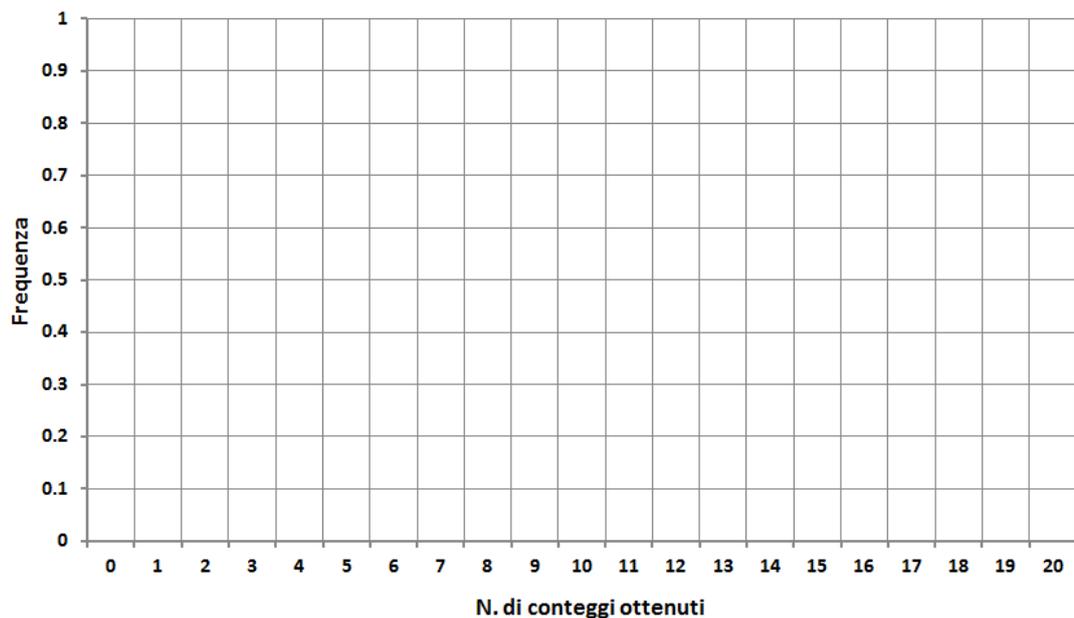
Questo parametro μ è quello da utilizzare nel calcolo dei valori della distribuzione di Poisson, Formula (1), che possiamo riportare nella seguente tabella. Per rendere più agevole il confronto si possono riportare nella seconda colonna i valori già ottenuti nella tabella precedente e nell'ultima colonna i valori teorici.

Numero di conteggi	Frequenza sperimentale	Frequenza teorica
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		

14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		

ATTIVITA'

Per un eventuale confronto grafico, si possono riportare le due serie di valori nel grafico seguente, utilizzando due colori o due tipi di linea per i valori sperimentali e teorici.



ATTIVITA'

Fare delle considerazioni in seguito all'esito del confronto (effettuato nella tabella o tramite il grafico) tra distribuzione sperimentale e distribuzione di Poisson attesa. In particolare:

- Le due distribuzioni sono simili o molto differenti?
- Vi aspettate di trovare un accordo perfetto tra le due distribuzioni?
- Di che ordine è la discrepanza tra le due distribuzioni per ciascun punto?
- Perché le due distribuzioni possono essere diverse tra loro?
- Vi aspettate che effettuando più misure l'accordo tra le distribuzioni migliori? Perché?
- Se anziché valutare il numero di conteggi in un intervallo piccolo (10 s) lo valutassimo in tempi più lunghi, come sarebbero distribuite le misure?
- Che forma ha la distribuzione di Poisson? Dipende in effetti dal valore di μ . Se questo valore è molto piccolo (ad esempio <1), la distribuzione presenta un massimo intorno a 0-1 e poi diminuisce; se invece μ è abbastanza >1 , la distribuzione diventa più simmetrica, con un massimo prossimo al valore medio e valori minori da entrambi i lati.